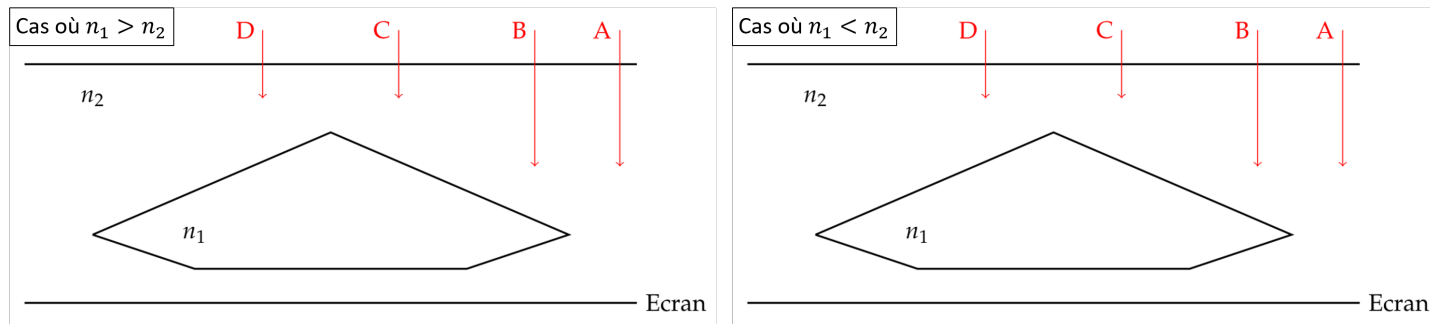


I) Identification de gemmes

Un solide transparent d'indice de réfraction n_1 est plongé dans un liquide transparent d'indice de réfraction n_2 . Un faisceau lumineux parallèle large en incidence normale vient éclairer le solide et, après la traversée de ce dernier, illumine un écran situé sous le solide.

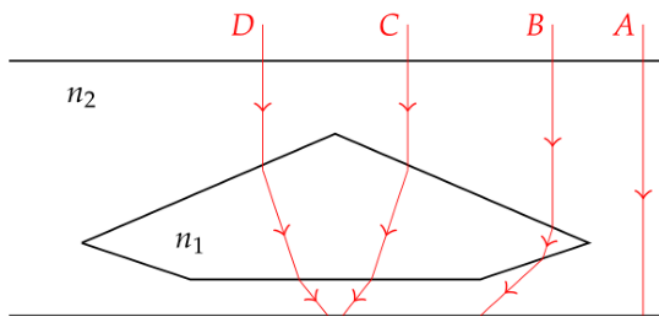


1) Sur la figure ci-dessus, tracer qualitativement l'allure du prolongement des rayons réfractés issus de A, B, C et D jusqu'à l'écran, dans les cas où $n_1 > n_2$ (figure de gauche) et $n_1 < n_2$ (figure de droite). On ne tiendra pas compte des rayons réfléchis.

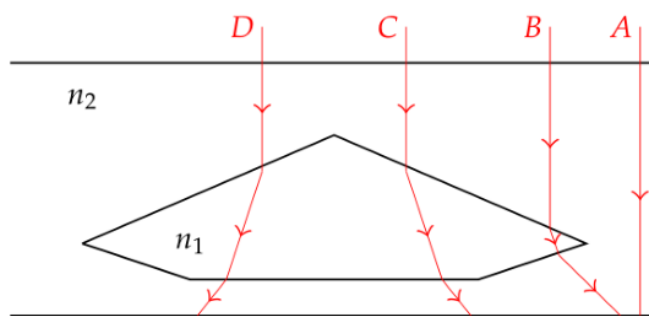
Correction

Lorsque l'on passe d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent, le rayon est dévié vers la normale. Dans le cas contraire, le rayon est dévié vers l'interface. Par conséquent :

Cas $n_2 < n_1$



Cas $n_2 > n_1$



2) En déduire les zones de plus forte et de plus faible intensité lumineuse sur l'écran.

Correction

Dans le cas $n_2 < n_1$, on observera une zone plus lumineuse sous la pierre et une zone moins lumineuse sur les bords de la pierre.

Dans le cas $n_2 > n_1$, on observera une zone plus lumineuse sur les bords de la pierre et une zone moins lumineuse sous la pierre.

Un collectionneur de gemmes possède trois petites pierres transparentes et incolores : une moissanite, un zircon et un verre flint, ainsi qu'un flacon d'iodure de méthylène liquide. Les propriétés physiques de ces quatre substances sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Pierre	Masse volumique	Indice de réfraction
Zircon	$4,69 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$	1,95
Moissanite	$3,21 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$	2,70
Verre flint	$3,74 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$	1,64
Iodure de méthylène	$3,33 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$	1,75

Les trois pierres ont été interverties, si bien que leur propriétaire doit conduire une série d'expériences pour les reconnaître.

3) L'immersion des trois pierres dans l'iodure de méthylène permet de reconnaître immédiatement l'une des trois pierres. Laquelle ?

Correction

La moissanite est la seule pierre moins dense que l'iodure de méthylène, elle va donc flotter.

Les deux pierres restantes sont éclairées par un faisceau lumineux parallèle large en incidence normale. La pierre numéro 1 est entourée d'un contour brillant, et ses arêtes paraissent sombres. La pierre numéro 2 est entourée d'un contour sombre, et les arêtes paraissent brillantes.



Pierre n°1

Pierre n°2

4) En détaillant votre raisonnement, identifier les pierres numéro 1 et 2.

Correction

La pierre n°1 possède des contours plus clairs que son centre (nous n'avons pas étudié les arêtes ici). Nous sommes donc dans le cas $n_2 > n_1$. Il s'agit donc du verre Flint.

À l'inverse, la pierre n°2 possède des contours plus sombres que son centre. Nous sommes donc dans le cas $n_2 < n_1$. Il s'agit donc du zircon.

II) Mirage supérieur

Dans le modèle géométrique de la lumière, on représente la trajectoire de l'énergie lumineuse dans un milieu d'indice de réfraction $n(M)$ au point M, par une courbe géométrique nommée rayon lumineux.

5) Rappeler les lois de Descartes et faire un dessin pour les illustrer. Au cours de quel siècle ces lois ont-elles été proposées ?

Correction

Voir cours. Les lois ont été énoncées au XVII^e siècle.

6) On considère un dioptre délimitant deux milieux d'indices constants n_1 et n_2 . Expliquer la notion de réflexion totale. Démontrer qu'il existe un angle d'incidence limite i_{lim} pour la réfraction. On exprimera i_{lim} en fonction de n_1 et n_2 .

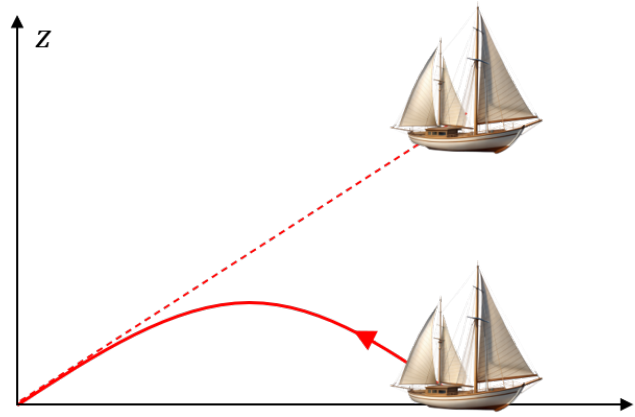
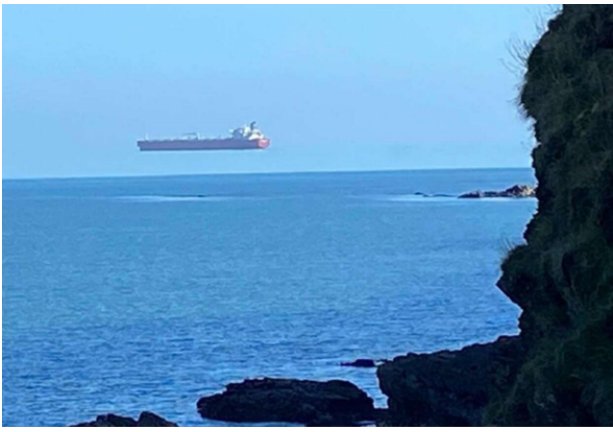
Correction

Voir cours.

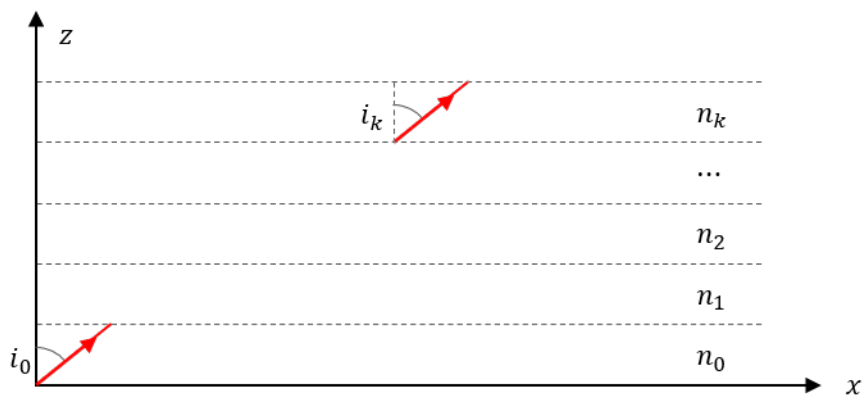
$$i_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

L'indice optique de l'air dépend de la température. Ainsi, lorsque la température n'est pas homogène, alors l'indice optique varie. C'est ce phénomène qui donne naissance aux mirages.

Un mirage supérieur survient lorsque l'air proche du sol est plus froid qu'en hauteur. C'est notamment le cas en mer, où cette dernière refroidit les couches d'air proches de sa surface. Le gradient de température courbe les rayons lumineux et notre cerveau, qui pense que les rayons ont voyagé en ligne droite, peut alors se représenter un bateau flottant dans les airs.



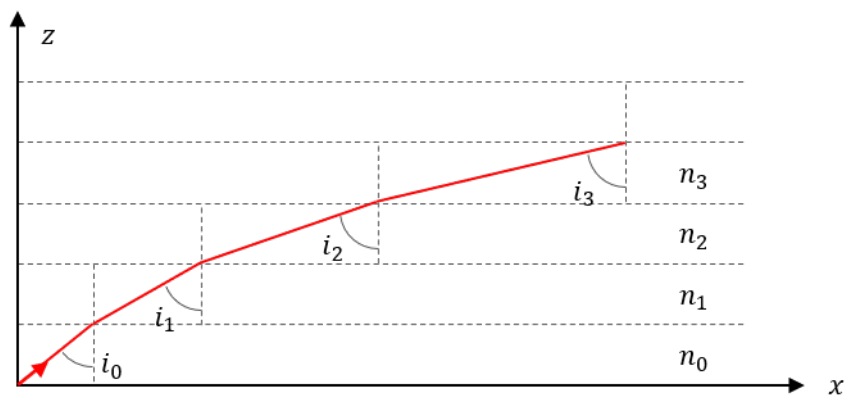
On étudie la trajectoire d'un rayon lumineux dans un milieu non homogène le long d'une direction. On considère le milieu stratifié représenté sur la figure ci-dessous : chaque couche horizontale est repérée par un entier k , toutes les couches ont la même épaisseur et l'indice n_k de la couche k est constant. On suppose finalement que n_k décroît lorsque k augmente, c'est-à-dire $n_{k+1} < n_k$.



7) Reproduire le schéma sur la copie et dessiner qualitativement la trajectoire du rayon lumineux dans les couches d'indice $k = 1, 2$ et 3 .

Correction

On passe d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent. Le rayon réfracté est donc dévié vers l'interface.



8) Montrer que la quantité $C = n_k \sin(i_k)$ est constante $\forall k \in \mathbb{N}$.

Correction

Loi de Snell-Descartes dans la couche k :

$$n_k \sin(i_k) = n_{k-1} \sin(i_{k-1}) \quad \forall k$$

On peut donc remonter de proche en proche jusqu'à l'indice 0.

$$n_k \sin(i_k) = n_0 \sin(i_0) = cte \quad \forall k$$

9) Déterminer une inégalité reliant n_0 , i_0 et l'indice n_K de la couche K , définie comme étant la couche où le rayon lumineux ne pénètre jamais, du fait d'une réflexion totale subie à l'interface entre les couches $K - 1$ et K .

Correction

Pour avoir une réflexion totale à l'interface entre les couche $K - 1$ et K .

$$i_{K-1} > \arcsin\left(\frac{n_K}{n_{K-1}}\right) \Rightarrow n_K < n_{K-1} \sin(i_{K-1}) \Rightarrow n_K < n_0 \sin(i_0)$$

III) Le bleu de la perruche

Les intervalles de longueurs d'onde de quelques couleurs sont fournis dans le tableau ci-dessous :

Couleurs	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	Violet
λ en nm	620 – 780	590 – 620	580 – 590	500 – 580	450 – 500	380 – 450

On donne, pour une lentille conjuguant un objet A et une image A' , la relation de conjugaison avec origine aux foyers F et F' :

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

À l'origine, la couleur des perruches à l'état sauvage est verte, mais la captivité chez cet oiseau, souvent élevé en nombre, a permis l'émergence de nouvelles couleurs, comme le bleu (figure 1). C'est notamment l'appauvrissement en pigments jaunes dans son plumage qui est indirectement responsable de cette coloration si particulière et rare dans le domaine animal.

De façon schématique, une plume est constituée essentiellement d'un rachis sur lequel pousse les barbes sur lesquelles naissent des barbules (figure 1). Le long des barbules prennent naissance à leur tour des crochets.

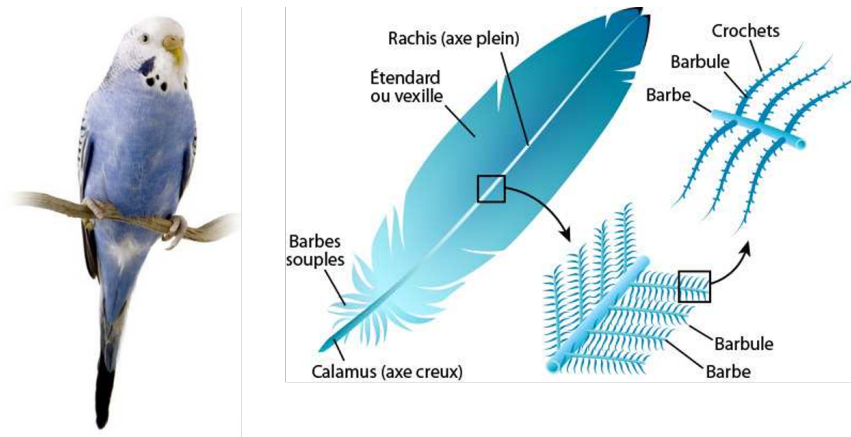


FIGURE 1 – Gauche : photographie d'une perruche bleue. Droite : schéma d'une plume.

Afin de déterminer l'origine physique de cette couleur bleue, on observe une partie AB d'une plume de perruche à l'aide d'un microscope optique.

Pour cela, on dispose :

- d'une première lentille, L_1 (centre O_1 , distance focale $f'_1 = 1,2$ cm), qui porte le nom d'objectif;
- d'une deuxième lentille, L_2 (centre O_2 , distance focale $f'_2 = 2,0$ cm), qui porte le nom d'oculaire.

La distance qui sépare le foyer image F'_1 de l'objectif et le foyer objet F_2 de l'oculaire est appelée intervalle optique, noté Δ , avec ici $\Delta = 16$ cm (figure 2).

L'observation se fait à l'aide d'un œil emmétrope (œil à vision normale) situé derrière l'oculaire.

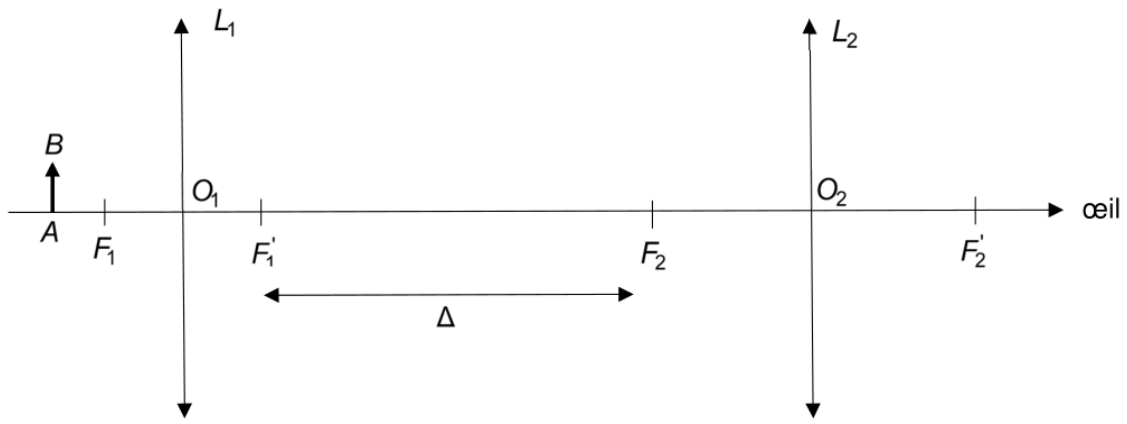


FIGURE 2 – Schéma du microscope

On se placera pour toute la suite dans les conditions de Gauss et dans l'approximation des petits angles. On note h la taille de l'objet AB observé.

10) Afin que l'observation puisse s'effectuer sans fatigue visuelle pour l'œil emmétrope, où doit être située l'image finale A_2 en sortie de L_2 ? Dans quel plan se situe donc l'image intermédiaire A_1B_1 ?

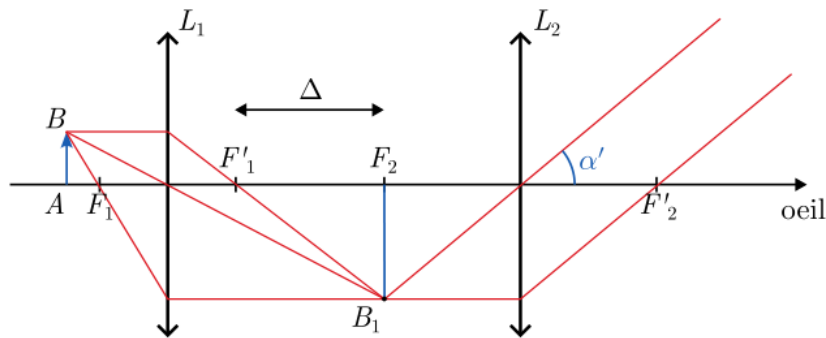
Correction

Un œil observe sans fatigue un objet situé à l'infini. On souhaite donc ici l'image finale A_2 en sortie de L_2 doit se situer à l'infini. Alors l'image intermédiaire A_1B_1 doit se situer dans le plan focal objet de la seconde lentille. Il faut notamment que $A_1 = F_2$.

11) Reproduire le schéma du microscope de l'énoncé sur votre copie. Tracer le chemin de deux rayons lumineux passant par l'extrémité B de l'objet, l'un parallèle à l'axe et l'autre passant par O_1 . Faire apparaître sur ce schéma l'image intermédiaire A_1B_1 et le diamètre angulaire α' de l'image finale vue par l'œil.

Correction

Schéma optique des rayons lumineux :



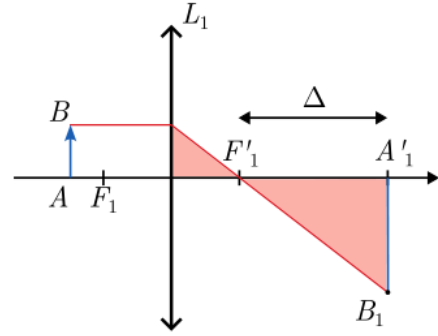
12) Montrer que la grandeur $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$, appelée grandissement transversal de l'objectif, s'écrit :

$$\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f_1'}$$

Correction

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'_1 A_1}}{\overline{F'_1 O}} = \frac{\overline{F'_1 F'_2}}{-\overline{OF'_1}}$$

$$\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1}$$



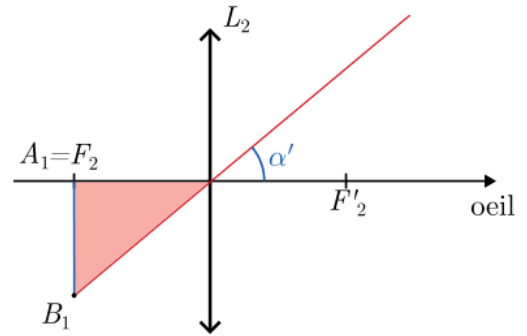
13) En déduire l'expression du diamètre angulaire α' de l'image vue par l'observateur au travers du microscope en fonction de f'_1 , f'_2 , h et Δ .

Correction

$$\tan(\alpha') \simeq \alpha' \quad \text{dans les conditions de Gauss}$$

$$\alpha' = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{O_2 A_1}} = \frac{\gamma_1 \times \overline{AB}}{\overline{O_2 F'_2}} = \frac{-\Delta \times h}{f'_1 \times (-f'_2)}$$

$$\alpha' = \frac{h\Delta}{f'_1 f'_2}$$



En l'absence de dispositif, l'œil voit net un objet situé à une distance comprise entre d_m et d_M , avec $d_m < d_M$.

14) Quels noms donne-t-on aux points objets correspondant à ces distances ? Donner une valeur à d_m et d_M pour un œil emmétré.

Correction

$d_m \simeq 25$ cm correspond au punctum proximum, point le plus proche auquel l'œil peut voir net. d_M correspond au punctum remotum, point le plus éloigné auquel l'œil peut voir net, qui se situe à l'infini pour un œil sans défaut.

15) Déterminer le diamètre angulaire α de l'objet AB vu sans instrument et situé à une distance d_m de l'œil.

Correction

Au punctum proximum, l'objet est vu sous le plus grand diamètre angulaire. Dans cette configuration, on a :

$$\tan(\alpha) = \alpha = \frac{h}{d_m}$$

16) En déduire que la grandeur $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ appelée grossissement commercial du microscope, s'écrit $G = \frac{d_m \Delta}{f'_1 f'_2}$. Faire l'application numérique avec $d_m = 25$ cm.

Correction

Grossissement commercial du microscope :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{h\Delta}{f'_1 f'_2} \times \frac{d_m}{h} = \frac{d_m \Delta}{f'_1 f'_2} = 167$$

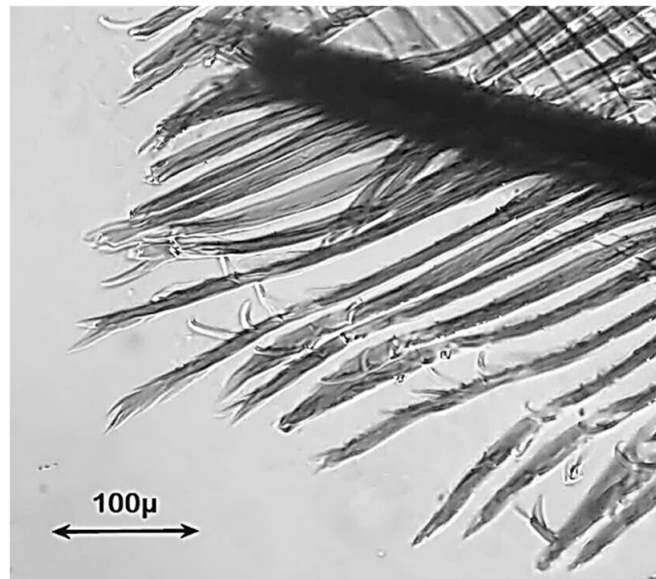
17) Un œil peut distinguer deux images ou deux objets si la distance angulaire les séparant est supérieure à la limite de résolution angulaire de l'œil $\varepsilon = 1'$ (une minute d'arc). Déterminer quelle sera la distance angulaire minimale α_m entre deux objets vus au travers de ce microscope.

Correction

La résolution angulaire de l'œil est $\varepsilon = 1'$. La distance angulaire minimale vue à travers le microscope est donc :

$$G = \frac{\varepsilon}{\alpha_m} \Rightarrow \alpha_m = \frac{\varepsilon}{G} = 0,006' = 2,4 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

L'image d'une partie d'une plume est donnée ci-après (l'échelle indique 100 μm).



18) Par mesure sur la photo, donner une estimation de la distance entre deux crochets situés au bout des barbules.

Correction

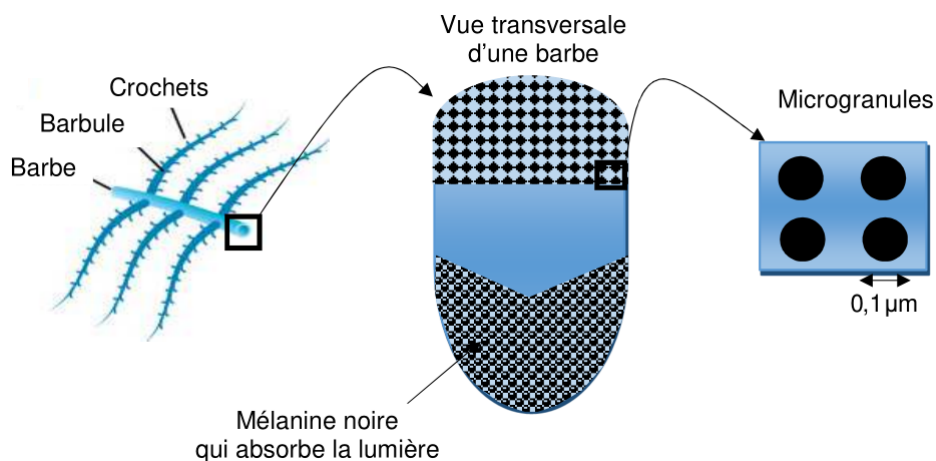
En mesurant sur la photo du sujet, on peut estimer la distance entre deux barbules à environ 30 μm

19) Ces crochets peuvent-ils être distingués directement sans instruments? Pourront-ils être distingués avec le microscope utilisé précédemment?

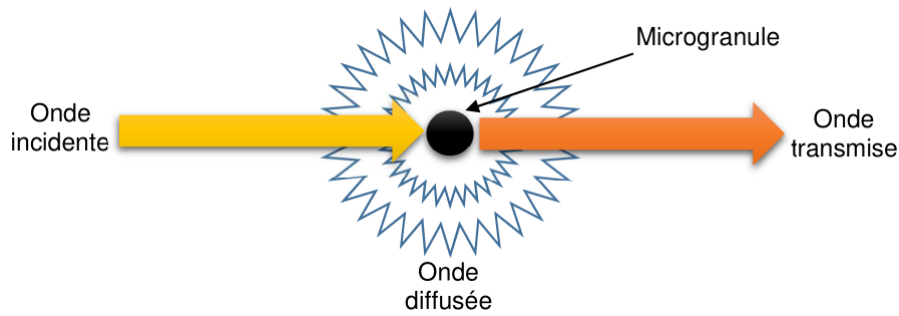
Correction

Pour $d_m = 25 \text{ cm}$, cela correspond à un diamètre angulaire à l'œil nu de : $\alpha = \frac{30 \mu\text{m}}{25 \text{ cm}} = 0,4'$. Ceci est en dessous de la limite de résolution angulaire. Mais c'est bon avec le microscope.

En explorant davantage la plume, on découvre qu'à l'intérieur des barbes apparaissent des couches fines parallèles et empilées de petits grains appelés microgranules.



Ces microgranules de petite taille sont responsables d'une diffusion de la lumière incidente.



La puissance moyenne diffusée à travers une sphère, de centre une microgranule, est donnée par la formule : $\mathcal{P} = \alpha f^4$ avec α une constante de proportionnalité et f la fréquence du rayonnement incident.

20) Expliquer alors la couleur bleue prise par le plumage de la perruche lorsqu'elle est éclairée en lumière blanche. Que deviennent les radiations non diffusées ?

Correction

Lorsqu'on éclaire avec de la lumière blanche, le bleu est alors environ $2^4 = 16$ fois plus diffusé que le rouge ! Ce sera donc le bleu et le violet qui seront les couleurs dominantes observées en diffusion.

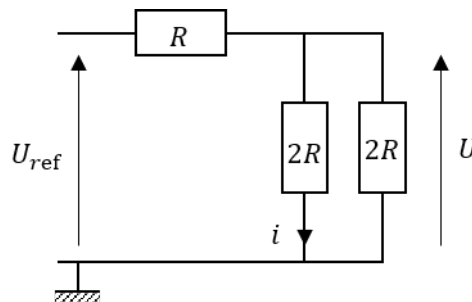
Les autres radiations de plus faible fréquence qui sont moins diffusées, sont principalement transmises comme indiqué sur la figure de l'énoncé.

IV) Convertisseur numérique - analogique

Un Convertisseur Numérique Analogique ou CNA convertit un nombre binaire en une tension ou un courant proportionnel à ce nombre. Nous allons présenter ici une des solutions techniques : le CNA à réseau.

Travail préliminaire

On considère le circuit ci-dessous.



21) Déterminer la résistance équivalente de l'ensemble.

Correction

On assemble les deux résistances en dérivation. On trouve $R_{eq} = R$. Puis ajoute R en série. La résistance totale vaut donc $2R$.

22) Déterminer la tension U et le courant i en fonction de U_{ref} et R

Correction

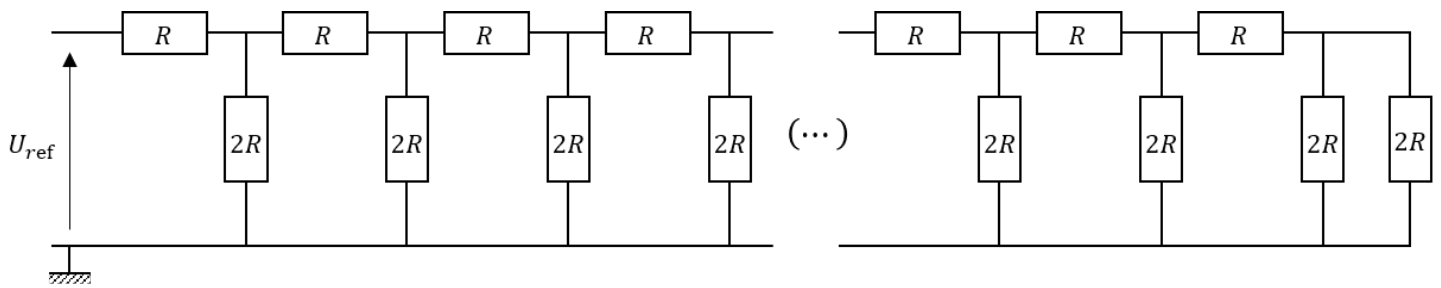
Un pont diviseur de tension sur R_{eq} donne :

$$U = \frac{R_{eq}}{R + R_{eq}} U_{ref} = \frac{U_{ref}}{2}$$

On en déduit le courant par la loi d'Ohm :

$$i = \frac{U}{2R} = \frac{U_{ref}}{4R}$$

23) Déterminer la résistance équivalente du montage ci-dessous.

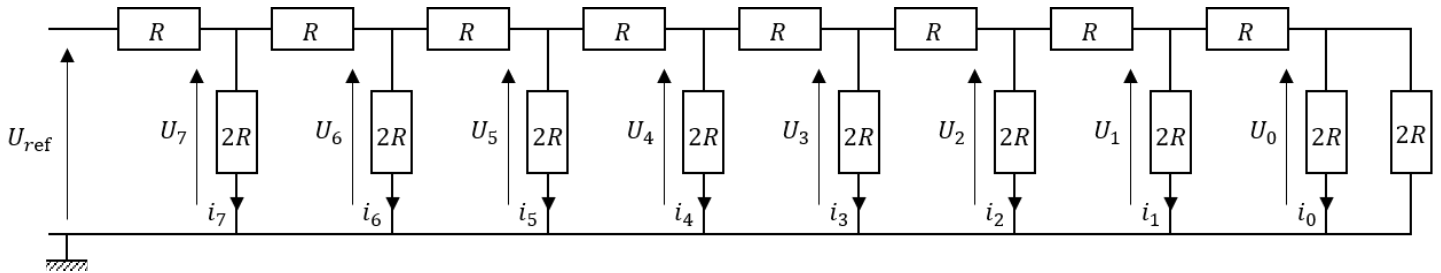


Correction

On part de la droite : on identifie le premier circuit, donc une résistance équivalente de $2R$. On se retrouve alors avec le même schéma (mais un module de moins). De proche en proche, la résistance reste égale à $2R$.

Étude du circuit de base du convertisseur

Le convertisseur numérique-analogique 8 bits dit en réseau repose sur le montage ci-dessous.



24) Déterminer l'expression de la tension U_7 en fonction de R et U_{ref} . En déduire celle du courant i_7 .

Correction

On vient de montrer que le circuit à droite de U_7 est équivalent à une résistance $2R$. Le schéma est donc équivalent à celui du premier circuit.

$$U_7 = \frac{U_{ref}}{2} \quad \text{et} \quad i_7 = \frac{U_{ref}}{4R}$$

25) Déterminer l'expression des tensions U_k et des courants i_k pour tout k .

Correction

De gauche à droite, tension et intensité est à chaque module divisé par 2. On en déduit :

$$U_k = \frac{U_{ref}}{2^{8-k}} \quad \text{et} \quad i_k = \frac{U_{ref}}{2R \times 2^{8-k}}$$